

Материал для конспектирования (просто и понятно)

1. Что такое корень n-ой степени?

Определение:

Арифметическим корнем **n-ой степени** из числа a называется такое **неотрицательное** число, которое при возведении в степень n даёт число a .

Запись:

$$\sqrt[n]{a}=b \Leftrightarrow b^n=a$$

Где:

- $\sqrt[n]{a}$ — корень;
- a — подкоренное число (должно быть ≥ 0);
- n — показатель корня (натуральное число, $n \geq 2$);
- b — значение корня (всегда ≥ 0).

Примеры:

Запись	Читается	Проверка
$\sqrt[3]{8}=2$	кубический корень из 8	$2^3=8$
$\sqrt[4]{16}=2$	корень 4-й степени из 16	$2^4=16$
$\sqrt{49}=7$	квадратный корень из 49	$7^2=49$
$\sqrt[5]{32}=2$	корень 5-й степени из 32	$2^5=32$

2. Важное правило про знаки

Запомни:

- Если n — **чётное** (2, 4, 6...), то корень существует **только** из неотрицательного числа.
 - $\sqrt{25}=5$
 - $\sqrt{-25}$ — **не существует**
- Если n — **нечётное** (3, 5, 7...), то корень существует из любого числа (даже отрицательного).
 - $\sqrt[3]{27}=3$
 - $\sqrt[3]{-27}=-3$ (потому что $(-3)^3=-27$)

Вывод: под знаком корня с чётным показателем не может быть отрицательного числа!

3. Свойства корней n-ой степени

(для $a \geq 0, b > 0$)

Свойство 1. Корень из произведения

$$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

Пример: $\sqrt{4 \cdot 9} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{9} = 2 \cdot 3 = 6$

Свойство 2. Корень из частного

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

Пример: $\sqrt[3]{\frac{64}{8}} = \frac{\sqrt[3]{64}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{4}{2} = 2$

Свойство 3. Корень из корня

$$\sqrt[k]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[nk]{a}$$

Пример: $\sqrt{\sqrt{16}} = \sqrt[4]{16} = 2$

Свойство 4. Возведение корня в степень

$$(\sqrt[n]{a})^k = \sqrt[n]{a^k}$$

Пример: $(\sqrt{3})^4 = \sqrt{3^4} = \sqrt{81} = 9$

Свойство 5. Основное свойство корня

$$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[nk]{a^{mk}}$$

(можно умножать показатель корня и показатель подкоренного числа на одно и то же число)

Пример: $\sqrt{2} = \sqrt[4]{2^2} = \sqrt[4]{4}$

4. Степень с дробным показателем

Формула связи корня и степени:

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

Примеры:

Степень	Корень	Значение
$8^{\frac{1}{3}}$	$\sqrt[3]{8}$	2
$27^{\frac{2}{3}}$	$\sqrt[3]{27^2} = \sqrt[3]{729}$	9
$16^{-\frac{1}{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{16}}$	$\frac{1}{4}$
$32^{\frac{2}{5}}$	$\sqrt[5]{32^2} = \sqrt[5]{1024}$	4

5. Как упрощать выражения с корнями

Приём 1. Вынесение множителя из-под корня

Разбиваем число на множители так, чтобы один из них был полным квадратом (кубом и т.д.).

Пример: $\sqrt{50} = \sqrt{25 \cdot 2} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$

Приём 2. Внесение множителя под корень

Пример: $3\sqrt{2} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{18}$

Приём 3. Приведение подобных

Пример: $5\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$

Приём 4. Освобождение от иррациональности в знаменателе

Пример: $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

6. Сравнение корней

Правило: чем больше подкоренное число, тем больше корень (при одинаковом показателе).

Пример: $\sqrt[3]{5} < \sqrt[3]{7}$, потому что $5 < 7$.

Как сравнивать, если числа разные?

Возвести оба числа в степень n и сравнить.

Пример: Сравним $\sqrt{50}$ и 7.

Возведём в квадрат: 50 и 49. Так как $50 > 49$, то $\sqrt{50} > 7$.

7. Полезные формулы (шпаргалка)

$$\sqrt[n]{a}=b \Leftrightarrow b^n=a, a \geq 0, b \geq 0$$

$$\sqrt[n]{ab}=\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

$$\sqrt[k]{\sqrt[n]{a}}=\sqrt[nk]{a}$$

$$a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}$$

$$\sqrt[n]{a^n}=a \quad (a \geq 0)$$

$$\sqrt[n]{a^m}=|a| \text{ при чётном } n$$

8. Что нужно запомнить

Корень чётной степени — только из неотрицательного числа.

Корень нечётной степени — из любого числа.

Корень и степень связаны формулой $a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}$.

Знак корня можно «разбивать» на множители и «собирать» обратно.

$\sqrt{a^2}=|a|$ — модуль, а не просто a !

Домашнее задание выполняется по вариантам

Вариант 1

Богатова Ульяна Александровна

Булгакова Карина Алексеевна

Варламова Ульяна Денисовна

Вишневская Юлия Владимировна

Гауман Аделина Владимировна

Грибанова Анастасия Сергеевна

Денисова Варвара Алексеевна

Джимиева Софья Альбертовна

Вариант 2

Дороганова Алиса Александровна

Загарская Диана Николаевна

Иванова Ксения Алексеевна

Каптурина АринВикторовна

Кашина Полина Евгеньевна

Кашуба Юлия Григорьевна

Комарова Валерия Ивановна

Козлова Ксения Андреевна

Метлева Полина Сергеевна

Миндибекова Дарья Евгеньевна

Печникова Светлана Дмитриевна

Полозова Екатерина Валерьевна

Потапова Виктория Дмитриевна

Прокофьева Анна Албександровна

Приставкина Валерия Павловна

Рудометова Полина Ивановна

Сердюк Алина Андреевна

Степень Екатерина Александровна

Толоконникова Виктория

Денисовна

Черноусова Юлия Алексеевна

Читаева Таисия Витальевна

Щербина Анастасия Юрьевна

Яковченко Валерия Игоревна

ВАРИАНТ 1

Часть А

A1. Вычислите: $\sqrt[3]{64}$

- а) 4
- б) 8
- в) 16
- г) 32

A2. Вычислите: $\sqrt[4]{81}$

- а) 3
- б) 9
- в) 27
- г) 6

A3. Вычислите: $\sqrt[5]{-32}$

- а) -2
- б) 2
- в) -4
- г) не имеет смысла

A4. Имеет ли смысл выражение $\sqrt[6]{-64}$?

- а) да
- б) нет

A5. Вычислите: $\sqrt{0,36}$

- а) 0,6
- б) 0,06
- в) 0,18
- г) 6

A6. Вычислите: $\sqrt{12} \cdot \sqrt{3}$

- а) 6
- б) 36
- в) $6\sqrt{2}$
- г) 4

A7. Вычислите: $\frac{\sqrt[3]{40}}{\sqrt[3]{5}}$

- а) 2
- б) 8
- в) $\sqrt[3]{8}$
- г) 4

A8. Вычислите: $27^{\frac{1}{3}}$

- а) 3
- б) 9
- в) 6
- г) 81

A9. Вычислите: $16^{\frac{3}{4}}$

- а) 8
- б) 12
- в) 6
- г) 64

A10. Вычислите: $32^{\frac{-2}{5}}$

- а) $\frac{1}{4}$
- б) 4
- в) $-\frac{1}{4}$
- г) $\frac{1}{2}$

Часть Б

B1. Упростите выражение: $\sqrt{50} - \sqrt{18} + \sqrt{8}$

Б2. Упростите выражение: $\sqrt[3]{24} + \sqrt[3]{81} - \sqrt[3]{192}$

Б3. Вычислите: $(3\sqrt{5} - \sqrt{2})(3\sqrt{5} + \sqrt{2})$

Б4. Освободитесь от иррациональности в знаменателе: $\frac{8}{\sqrt{2}}$

Б5. Вычислите: $\sqrt{(3-2)^2}$

Б6. Сравните числа: $\sqrt[3]{12}$ и $\sqrt[3]{15}$

Б7. Упростите: $\frac{\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[6]{a}}{\sqrt{a}}$, при $a > 0$

Часть В

В1. Освободитесь от иррациональности в знаменателе: $\frac{1}{\sqrt[3]{3}-1}$

В2. Найдите значение выражения: $\sqrt[4]{13-6\sqrt{2}} \cdot \sqrt[4]{13+6\sqrt{2}}$

В3. Докажите, что $\sqrt[3]{7+\sqrt{48}} + \sqrt[3]{7-\sqrt{48}} = 2$

ВАРИАНТ 2

Часть А

А1. Вычислите: $\sqrt[3]{125}$

- а) 5
- б) 25
- в) 15
- г) 625

А2. Вычислите: $\sqrt[4]{16}$

- а) 2
- б) 4
- в) 8
- г) 16

А3. Вычислите: $\sqrt[5]{-243}$

- а) -3
- б) 3
- в) -9
- г) не имеет смысла

А4. Имеет ли смысл выражение $\sqrt[4]{-81}$?

- а) да

- б) нет

A5. Вычислите: $\sqrt{0,49}$

- а) 0,7
- б) 0,07
- в) 0,24
- г) 7

A6. Вычислите: $\sqrt{8} \cdot \sqrt{2}$

- а) 4
- б) 16
- в) $4\sqrt{2}$
- г) 8

A7. Вычислите: $\frac{\sqrt[3]{54}}{\sqrt[3]{2}}$

- а) 3
- б) 27
- в) $\sqrt[3]{27}$
- г) 9

A8. Вычислите: $64^{\frac{1}{3}}$

- а) 4
- б) 8
- в) 16
- г) 21

A9. Вычислите: $81^{\frac{3}{4}}$

- а) 27
- б) 9
- в) 36
- г) 243

A10. Вычислите: $27^{\frac{-2}{3}}$

- а) $\frac{1}{9}$
- б) 9
- в) $\frac{-1}{9}$
- г) $\frac{1}{3}$

Часть Б

Б1. Упростите выражение: $\sqrt{75} + \sqrt{27} - \sqrt{48}$

Б2. Упростите выражение: $\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{128}$

Б3. Вычислите: $(2\sqrt{7} - \sqrt{3})(2\sqrt{7} + \sqrt{3})$

Б4. Освободитесь от иррациональности в знаменателе: $\frac{12}{\sqrt{3}}$

Б5. Вычислите: $\sqrt{(5 - 3)^2}$

Б6. Сравните числа: $\sqrt[3]{20}$ и $\sqrt[3]{18}$

Б7. Упростите: $\frac{\sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt{a}}{\sqrt[12]{a}}$, при $a > 0$

Часть В

В1. Освободитесь от иррациональности в знаменателе: $\frac{1}{\sqrt[3]{2}+1}$

В2. Найдите значение выражения: $\sqrt{11 - 4\sqrt{7}} \cdot \sqrt{11 + 4\sqrt{7}}$

В3. Докажите, что $\sqrt[3]{9 + \sqrt{80}} + \sqrt{9 - \sqrt{80}} = 3$