

Математика.

Уважаемые студенты!

Вам необходимо выполнить следующее:

1. **Конспект.** Оформить в тетради. Выделить главное, записать аккуратно.
2. **Самостоятельная работа.** Решить задания по теме. Записать подробное решение и ответ.
3. **Домашняя работа.** Выполнить задания для домашней работы. Оформить с пояснениями.

Требования к оформлению:

Дата, тема, подробные решения, выделенные ответы, аккуратность.

Домашнее задание

необходимо отправить по ссылке:

[https://forms.yandex.ru/u/6aa9f646eb6](https://forms.yandex.ru/u/6aa9f646eb6146868c0f0d6e)

[146868c0f0d6e](https://forms.yandex.ru/u/6aa9f646eb6146868c0f0d6e) или перейти по QR-коду.



СИСТЕМЫ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ.

1. Виды нелинейных систем

В систему могут входить:

парабола: $y = ax^2 + bx + c$;

гипербола: $y = \frac{k}{x}$;

окружность: $x^2 + y^2 = R^2$;

прямая: $ax + by + c = 0$.

2. Метод подстановки

Пример:

$$\begin{cases} y = x + 1, \\ x^2 + y^2 = 41; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x + 1, \\ x^2 + (x + 1)^2 = 41 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = x + 1, \\ 2x^2 + 2x - 40 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = x + 1, \\ x^2 + x - 20 = 0 \end{cases}$$

$$x^2 + x - 20 = 0 \Rightarrow x_1 = -5, x_2 = 4.$$

$$\begin{cases} x = -5, \\ y = -4 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x = 4, \\ y = 5 \end{cases}$$

Ответ: (4; 5), (-5; -4).

Решить самостоятельно:

$$\begin{cases} y + 5 = x^2, \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$$

Ответ: $(0; -5), (3; 4), (-3; 4)$.

3. Метод алгебраического сложения

Решить самостоятельно:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 13, \\ x^2 - y^2 = 5 \end{cases}$$

Ответ: $(3; 2), (3; -2), (-3; 2), (-3; -2)$.

4. Метод введения новой переменной

$$\begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{26}{5}, \\ x^2 - y^2 = 24 \end{cases}$$

ОДЗ: $x \neq 0, y \neq 0$.

$$\begin{cases} t = \frac{x}{y}, \\ t + \frac{1}{t} = \frac{26}{5}, \\ x = ty, \\ x^2 - y^2 = 24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5t^2 - 26t + 5 = 0, \\ y^2(t^2 - 1) = 24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = 5 \text{ или } t = \frac{1}{5}, \\ y^2(t^2 - 1) = 24 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t = 5, \\ y^2(25 - 1) = 24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = 5, \\ y^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 5y, \\ y = \pm 1 \end{cases} \Rightarrow (5; 1), (-5; -1)$$

$$\begin{cases} t = \frac{1}{5}, \\ y^2\left(\frac{1}{25} - 1\right) = 24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{5}, \\ y^2 = -25 \end{cases} \Rightarrow \emptyset$$

Ответ: $(-5; -1), (5; 1)$.

Решить самостоятельно:

$$\begin{cases} 2^x - 9 \cdot 3^y = 7, \\ 2^x \cdot 3^y = \frac{8}{9} \end{cases} \quad \text{Ответ: } (3; -2)$$

5. Графический метод

Пример:

$$\begin{cases} y = x^2, \\ y = x + 2 \end{cases}$$

Строим графики

1) Парабола $y = x^2$:

x	-2	-1	0	1	2
y	4	1	0	1	4

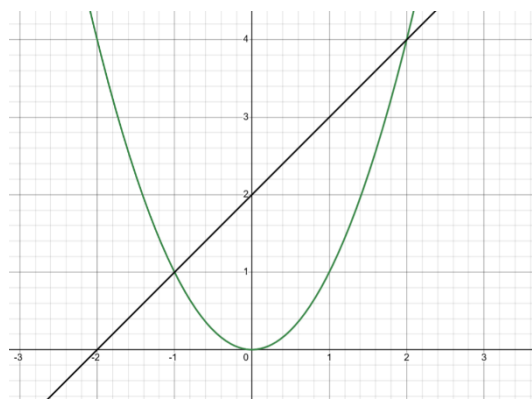
2) Прямая $y = x + 2$:

x	-2	0	2
y	0	2	4

Строим параболу $y = x^2$ и прямую $y = x + 2$.

Точки пересечения: $(-1; 1), (2; 4)$.

Ответ: $(-1; 1), (2; 4)$.



Решить самостоятельно:

$$\begin{cases} y = x^2 \\ y = 5x + 6 \end{cases} \quad \text{Ответ: } (-1; 1); (6; 36)$$

7. Домашнее задание

Решить системы:

- $\begin{cases} 2x - y = 1, \\ x + y = 2 \end{cases}$ Ответ: $(1; 1)$
- $\begin{cases} y + 5 = x^2, \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$ Ответ: $(0; -5), (3; 4), (-3; 4)$
- $\begin{cases} xy = 16, \\ \frac{x}{y} = 4 \end{cases}$ Ответ: $(8; 2), (-8; -2)$
- $\begin{cases} x^2 + y^2 = 25, \\ xy = 12 \end{cases}$ Ответ: $(4; 3), (3; 4), (-3; -4), (-4; -3)$

СИСТЕМЫ НЕРАВЕНСТВ

1. Ключевые правила

Правило	Описание
Перенос слагаемых	Можно переносить из одной части в другую с противоположным знаком
Умножение на положительное	Знак неравенства не меняется
Умножение на отрицательное	Знак неравенства меняется на противоположный
Решение системы	Найти пересечение решений всех неравенств

2. Алгоритм решения системы неравенств

- Решить каждое неравенство отдельно.
- Отметить решения на числовой прямой.
- Найти пересечение (общую часть).
- Записать ответ в виде промежутка.

3. Системы линейных неравенств

Пример:

$$\begin{cases} 3 - x \leq 2, \\ 2x + 1 \leq 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3 - x \leq 2, \\ 2x + 1 \leq 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 1, \\ x \leq 1,5 \end{cases} \Rightarrow 1 \leq x \leq 1,5$$

Ответ: [1; 1.5].

Решить самостоятельно:

$$\begin{cases} 5x - 3 > 2, \\ 2x + 1 < 9 \end{cases} \text{ Ответ: } (1; 4).$$

4. Системы квадратных неравенств

Алгоритм решения квадратного неравенства:

Найти корни уравнения $ax^2 + bx + c = 0$.

Отметить корни на прямой.

Определить знаки на промежутках:

$a > 0$: + на крайних, – между корнями;

$a < 0$: – на крайних, + между корнями.

Выбрать нужные промежутки.

Пример:

$$\begin{cases} 9 - x^2 \leq 0, \\ x + 5 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 \geq 9, \\ x < -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq -3 \text{ или } x \geq 3, \\ x < -5 \end{cases} \Rightarrow x < -5$$

Пересечение: $x < -5$.

Ответ: $(-\infty; -5)$.

Решить самостоятельно:

$$\begin{cases} x^2 - 4x + 3 \leq 0, \\ x^2 - x - 2 > 0 \end{cases} \text{ Ответ: } (2; 3].$$

5. Системы показательных неравенств

Пример:

$$\begin{cases} 2^x > 8, \\ \left(\frac{1}{2}\right)^x \leq 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2^x > 2^3, \\ 2^{-x} \leq 2^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 3, \\ -x \leq 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 3, \\ x \geq -2 \end{cases} \Rightarrow x > 3$$

Ответ: $(3; +\infty)$

Решить самостоятельно:

$$\begin{cases} 5^x \geq 25, \\ \left(\frac{1}{5}\right)^x < 125 \end{cases} \text{ Ответ: } [2; +\infty)$$

6. Комбинированные системы

Пример:

$$\begin{cases} x - 1 > 0, \\ x^2 - 5x + 6 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 1, \\ (x - 2)(x - 3) < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 1, \\ 2 < x < 3 \end{cases} \Rightarrow 2 < x < 3$$

Ответ: $(2; 3)$

Решить самостоятельно:

$$\begin{cases} x - 2 > 0, \\ x^2 - 7x + 10 < 0 \end{cases} \text{ Ответ: } (2; 5).$$

8. Домашнее задание

1. $\begin{cases} 3^x > 27, \\ (1/3)^x \leq 9 \end{cases}$

2. $\begin{cases} 2^x > 16, \\ 4^x \leq 64 \end{cases}$

3. $\begin{cases} x - 2 > 0, \\ x^2 - 7x + 10 < 0 \end{cases}$

4. $\begin{cases} 5 - x \geq 2, \\ 4x - 3 < 13 \end{cases}$

5. $\begin{cases} 5 - x \geq 2, \\ 4x - 3 < 13 \end{cases}$